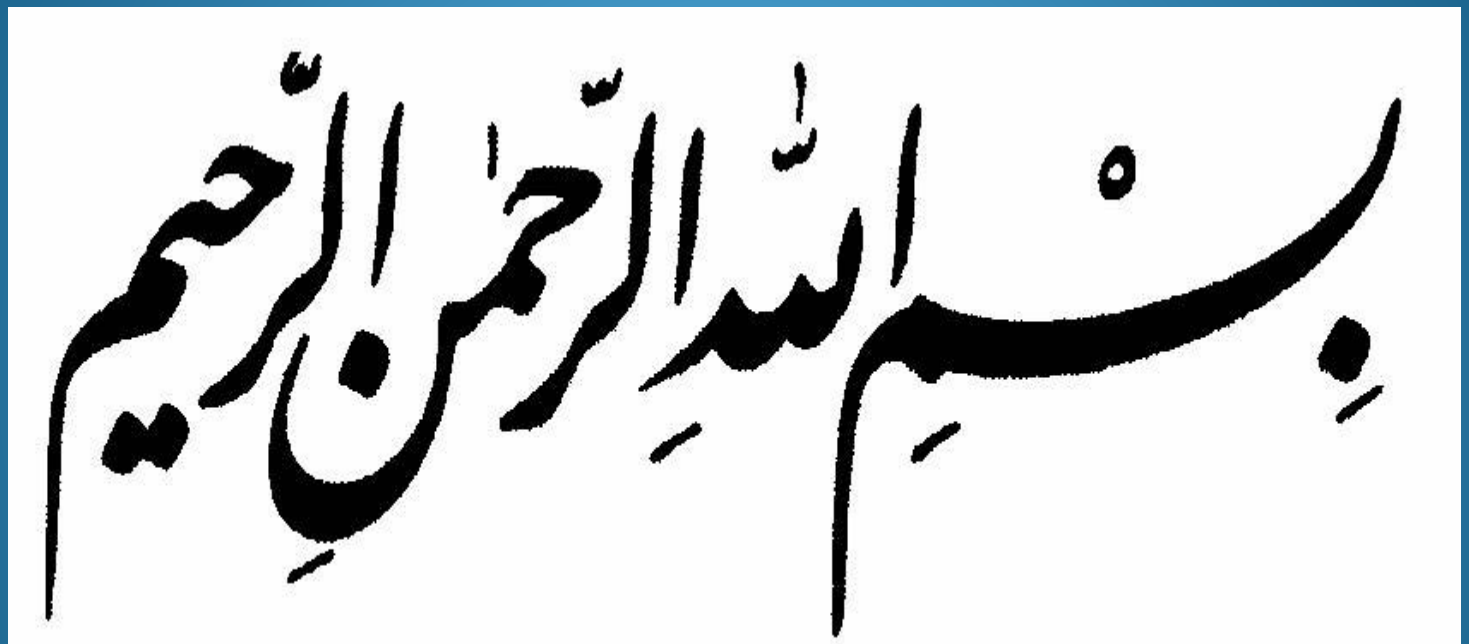

الحمد لله رب العالمين والصلوة والسلام على سيد المرسلين وعلى آله واصحابه اجمعين.

اکادمی علوم افغانستان

معاونیت علوم طبیعی - تخنیکی

مرکز علوم ریاضی، فزیک و تخنیک

انستیتوت ریاضی و فزیک

دیپارتمنت ریاضی

موضوع کنفرانس:

نقش ریاضیات فازی در تصمیم‌گیری‌های اقتصادی

ترتیب کننده: محقق خورشید انور نیازی

1404/12/25

هدف در این کنفرانس:

بررسی نقش و کاربرد ریاضیات فازی در بهبود پروسهٔ تصمیم‌گیری‌های اقتصادی در شرایط عدم قطعیت است تا نشان دهد که چگونه مدل‌های فازی می‌توانند تصمیم‌گیری را دقیق‌تر و مؤثرتر سازند.

سؤال تحقیق:

1. ریاضیات فازی چیست و در چه بخش‌هایی از اقتصاد کاربرد دارد؟

2. ریاضیات فازی چگونه می‌تواند در تصمیم‌گیری‌های اقتصادی تحت عدم قطعیت به کار رود؟

3. مدل‌های فازی چه مزیت‌هایی نسبت به مدل‌های کلاسیک تصمیم‌گیری دارد؟

میتود تحقیق: در این تحقیق از میتود تحلیلی- توصیفی و مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی استفاده شده است.

مقدمه

ریاضیات فازی (Fuzzy Mathematics) یکی از شاخه‌های مهم ریاضیات است که به بررسی و مدل‌سازی مفاهیم مبهم و غیرقطعی می‌پردازد.

اقتصاد معاصر با پیچیده‌گی‌های گسترده و اطلاعات ناقص روبه‌رو است. مدل‌های کلاسیک اقتصادی معمولاً فرض می‌کنند که اطلاعات کامل، دقیق و کمی در دسترس است؛ در حالی‌که در عمل بسیاری از متغیرهای اقتصادی مانند «ریسک بالا» و «سود مناسب» ماهیت کیفی و مبهم دارند. ریاضیات فازی، امکان مدل‌سازی این مفاهیم زبانی و تقریبی را فراهم می‌سازد. برخلاف منطق کلاسیک که تنها دو گزینه درست یا نادرست را مطرح می‌کند، منطق فازی (Fuzzy logic) درجات مختلفی از صدق را می‌پذیرد. این ویژه‌گی، آن را به ابزاری مناسب برای تحلیل تصمیم‌گیری‌های اقتصادی تبدیل نموده است.

تاریخچهٔ ریاضیات فازی

از زمان ارسطو (384-322 قبل از میلاد)، منطق کلاسیک بر پایهٔ اصل دودویی استوار بود که طبق آن، هر گزاره یا درست (1) است یا نادرست (0).

در اوایل قرن بیستم، لوکاسیه‌ویچ (Łukasiewicz) نخستین کسی بود که منطق سه‌ارزشی را معرفی کرد.

بوخوار (Bochvar)، کلینه (Kleene) و هیتینگ (Heyting) نیز مدل‌های دیگری از منطق سه‌ارزشی را پیشنهاد کردند. این نظریه‌ها تا حدی محدود باقی ماندند و نتوانستند به‌طور کامل مفهوم عدم قطعیت را پوشش دهند.

در سال 1965، لطفی زاده، مقالهٔ معروف خود را تحت عنوان "Fuzzy Sets" منتشر کرد و مفهوم مجموعه‌های فازی را معرفی نمود.

تفاوت‌های ریاضیات فازی با ریاضیات کلاسیک

- ریاضیات کلاسیک بر اساس منطق دودویی و قطعی استوار است، در حالی که ریاضیات فازی انعطاف‌پذیری بیشتری در مدل‌سازی پدیده‌های واقعی دارد.
- تفکر فازی واقعیت‌ها را به‌صورت طیفی از حالات مختلف، مورد بررسی قرار می‌دهد. در مقابل، ریاضیات کلاسیک مسایل را به دو دستهٔ مشخص "صحیح" و "غلط"، "بلی" و "نخیر"، یا "سیاه" و "سفید" تقسیم می‌کند.
- در ریاضیات کلاسیک، امکان حالت‌های میانی وجود ندارد. اما در ریاضیات فازی، حقیقت نسبی است.
- در مجموعه‌های کلاسیک هر عنصر یا عضو مجموعه است یا نیست. تابع مشخصهٔ مجموعه در این حالت فقط مقادیر 0 یا 1 را می‌گیرد، اما در مجموعه‌های فازی، درجهٔ عضویت هر عنصر بین 0 و 1 متغیر است و تابع عضویت تعیین می‌کند که یک عنصر تا چه حد متعلق به یک مجموعه است.

مجموعه‌های کلاسیک

در این نظریه، هر عنصر یا عضو یک مجموعه است یا به آن تعلق دارد یا ندارد. این ویژگی به‌صورت ریاضی به شکل زیر بیان می‌شود:

$$A = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$$

$$x \in A \quad \text{یا} \quad x \notin A$$

مثال: مجموعهٔ اعداد جفت بین 1 و 10 را به‌صورت $A = \{2,4,6,8,10\}$ می‌نویسیم.

تابع عضویت در مجموعه‌های کلاسیک، مقدار 0 یا 1 می‌گیرد که برای مثال فوق عبارت از $\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \notin A \\ 1, & x \in A \end{cases}$ است.

مقدار x	جفت یا تاق	عضویت مجموعه $\mu_A(x)$
1	تاق	0
2	جفت	1
3	تاق	0
4	جفت	1
5	تاق	0
6	جفت	1
7	تاق	0
8	جفت	1
9	تاق	0
10	جفت	1

محدودیت‌های نظریهٔ مجموعه‌های کلاسیک

نظریهٔ مجموعه‌های کلاسیک در مدل‌سازی پدیده‌های قطعی بسیار قدرتمند است، اما در شرایط زیر با محدودیت روبه‌رو می‌شود:

1. **ناتوانی در مدل‌سازی عدم قطعیت، ابهام و داده‌های کیفی**
2. **ایجاد تغییرات ناگهانی در تصمیم‌ها**

به همین دلیل، نظریهٔ مجموعه‌های فازی به عنوان یک چارچوب مکمل مطرح شد.

مجموعه‌های فازی و تابع عضویت

در یک مجموعهٔ فازی، عوض اینکه یک عنصر یا عضو یک مجموعه باشد یا نباشد، میزان عضویت آن با یک مقدار عددی بین 0 و 1 مشخص می‌شود. این مقدار، که به آن درجهٔ عضویت (Degree of Membership) گفته می‌شود، توسط یک تابع عضویت (Membership Function) تعیین می‌شود.

مجوعه‌های فازی (Fuzzy Sets)، برخلاف مجموعه‌های کلاسیک، دارای توابع عضویت هستند که میزان تعلق هر عنصر را به مجموعه مشخص می‌کند.

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}, \qquad \mu_A(x) \in [0,1]$$

انواع مجموعه‌های فازی: بصورت عموم، مجموعه‌های فازی بر اساس سطح عدم قطعیت در درجهٔ عضویت به نوع-1 (کلاسیک)، نوع-2 ، نوع-3 و بالاتر از آن تقسیم بندی می‌شوند که هر نوع آن‌ها شامل انواع مختلف توابع عضویت هستند.

1) تابع عضویت خطی (Linear Membership Function):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & x \ge b \end{cases}$$

2) تابع عضویت مثلثی (Triangular Membership Function):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a < x \le b \\ 1, & x = b \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b < x < c \\ 0, & x \ge c \end{cases}$$

کاربردهای ریاضیات فازی در اقتصاد

سیستم‌های اقتصادی معمولاً با عدم قطعیت، ابهام و قضاوت‌های ذهنی همراه هستند و بسیاری از متغیرهای اقتصادی به‌صورت دقیق قابل اندازه‌گیری نیستند. ریاضیات فازی امکان تبدیل مفاهیم زبانی مانند «ریسک متوسط» یا «رشد نسبتاً مناسب» را به مقادیر قابل تحلیل فراهم می‌کند و تصمیم‌گیری اقتصادی را واقع‌بینانه‌تر می‌سازد.

برخی کاربردهای مهم ریاضیات فازی در اقتصاد عبارت‌اند از:

1- **تصمیم‌گیری اقتصادی چندمعیاره:** ریاضیات فازی معیارهای زبانی مانند «سود زیاد» و «ریسک متوسط» را به مقادیر قابل تحلیل تبدیل کرده و در انتخاب پروژه‌های اقتصادی کمک می‌کند.

2- **تحلیل و مدیریت ریسک اقتصادی:** ریاضیات فازی امکان تحلیل ریسک‌های اقتصادی را حتی در شرایط نبود داده‌های دقیق و بر اساس قضاوت کارشناسی فراهم می‌سازد.

3- **بودجه‌بندی و تخصیص منابع:** ریاضیات فازی به توزیع واقع‌بینانه‌تر منابع مالی و تعیین اولویت‌ها در بخش‌های اقتصادی کمک می‌کند.

4- **پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی:** مدل‌های فازی در پیش‌بینی متغیرهایی مانند نرخ ارزها و تقاضای بازار کاربرد دارند.

تصمیم‌گیری در انتخاب پروژهٔ سرمایه‌گذاری (مدل فازی)

طرح مسئله: فرض کنید یک نهاد اقتصادی می‌خواهد یکی از چند پروژهٔ سرمایه‌گذاری را انتخاب کند. تصمیم‌گیری بر اساس معیارهای (میزان سود و میزان ریسک) انجام می‌شود، اما این معیارها به‌صورت دقیق عددی در دسترس نیستند.

هدف: اتخاذ تصمیم در شرایط عدم قطعیت و ابهام اطلاعات است.

مدل‌سازی فازی معیارها:

تعریف متغیرها: S را متغیر سود و R را متغیر ریسک تعریف می‌کنیم که فضای مرجع آن عبارت است از:

$$S \in \{0,100\}, \qquad R \in \{0,1\}$$

تعریف توابع عضویت:

$$\mu_{\text{سود زیاد}}(S) = \begin{cases} 0, & S \leq 40 \\ \dfrac{S-40}{30}, & 40 < S < 70 \\ 1, & S \geq 70 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{ریسک متوسط}}(R) = \begin{cases} 0, & R \leq 0.2 \\ \dfrac{R-0.2}{0.3}, & 0.2 < R < 0.5 \\ 1, & R = 0.5 \\ \dfrac{0.8-R}{0.3}, & 0.5 < R < 0.8 \\ 0, & R \geq 0.8 \end{cases}$$

جدول محاسبه درجهٔ عضویت ریسک برای چند مقدار

R	$\mu(R)$
0	0
0.4	0.66
0.5	1
0.7	0.33
0.8	0
0.9	0

جدول محاسبه درجهٔ عضویت سود برای چند مقدار

S	$\mu(S)$
0	0
60	0.66
70	1
90	1
100	1

مجموعه‌های فازی:

$$A_S = \{(0,0), (60,0.66), (70,1), (90,1), (100,1)\}$$

$$A_R = \{(0,0), (0.4,0.66), (0.5,1), (0.7,0.33), (0.8,0), (0.9,0)\}$$

برای یک پروژهٔ خاص، فرض می‌کنیم $S = 60$ و $R = 0.5$ باشد، پس درجات عضویت قرار ذیل اند:

$$\mu_{\text{سود زیاد}}(60) = 0.66, \qquad \mu_{\text{ریسک متوسط}}(0.5) = 1$$

قاعدهٔ تصمیم‌گیری: اگر سود زیاد و ریسک متوسط باشد، آنگاه تصمیم مثبت است.

استنتاج فازی: از عملگر اشتراک فازی (min) استفاده می‌کنیم:

$$\mu_{\text{تصمیم مثبت}} = min\left(\mu_{\text{سود زیاد}}, \mu_{\text{ریسک متوسط}}\right)$$

$$\mu_D = min(0.66\ , 1) = 0.66$$

نتیجه: درجهٔ تصمیم 0.66 بیانگر پذیرش قوی اما نه مطلق پروژه است، تصمیم‌گیرنده می‌تواند با احتیاط پروژه را بپذیرد که این تصمیم بسیار واقع‌بینانه‌تر از تصمیم صفر و یک کلاسیک است.

تصمیم‌گیری انتخاب پروژهٔ سرمایه‌گذاری (مدل کلاسیک)

تعریف مسئله :تصمیم‌گیری درباره قبول یا رد یک پروژه سرمایه‌گذاری بر اساس سود (S) و ریسک (R). همچنان تصمیم از نوع صفر و یک است.

دامنهٔ متغیرها:

$$S \in [0,100]\,, \qquad R \in [0,1]$$

تعریف توابع مشخصهٔ سود و ریسک قابل قبول:

$$\chi_{A_S}(S) = \begin{cases} 0, & S < 70 \\ 1, & S \geq 70 \end{cases} \quad , \quad \chi_{A_R}(R) = \begin{cases} 0, & R > 0.4 \\ 1, & R \leq 0.4 \end{cases}$$

جدول مقادیر تابع مشخصه برای ریسک

R	$\chi_{A_R}(R)$
0	1
0.2	1
0.4	1
0.5	0
0.7	0

جدول مقادیر مشخصه برای سود

S	$\chi_{A_S}(S)$
0	0
60	0
70	1
90	1
100	1

مجموعه‌های کلاسیک سود و ریسک:

$$A_S = \{S/S \geq 70\}, \qquad A_R = \{R/R \leq 40\}$$

فرض می‌کنیم سود پروژه $S = 60$ و ریسک پروژه $R = 0.5$ باشد.

تعیین معیارهای کلاسیک تصمیم: در تصمیم‌گیری کلاسیک، ابتدا آستانه تعیین می‌شود.

فرض معیارهای تصمیم‌گیرنده چنین است: سود کافی است اگر $S \geq 70$ و ریسک قابل قبول است اگر $R \leq 40$ باشد.

قاعدهٔ تصمیم: اگر سود کافی و ریسک قابل قبول باشد، پروژه پذیرفته می‌شود؛ در غیر اینصورت رد می‌شود.

ارزیابی پروژه با معیار کلاسیک:

سود کافی نیست زیرا $S = 60 < 70$ است و به همین ترتیب ریسک قابل قبول نیست زیرا $R = 0.5 > 0.4$ است.

نتیجه: چون شرط سود و ریسک برقرار نیست، پس نتیجه می‌شود که پروژه باید رد شود یعنی:

$$D = 0$$

جدول مقایسهٔ مزیت‌های مدل فازی نسبت به مدل‌های کلاسیک در تصمیم‌گیری‌های اقتصادی

ردیف	جنبه مقایسه	مدل کلاسیک	مدل فازی
1	نوع منطق	قطعی یا دودویی (صفر و یک)	درجات عضویت پیوسته [0,1]
2	نوع تصمیم‌گیری (پذیرش گزینه‌ها)	مبتنی بر مرزهای قطعی (قبول یا رد)	مبتنی بر مرزهای تدریجی (درجهٔ پذیرش)
3	برخورد با گزینه‌های نزدیک به معیار	رد کامل گزینه	پذیرش نسبی گزینه
2	برخورد با ابهام	ناتوان	توانمند
4	پایداری تصمیم	حساس به نوسان (تغییر ناگهانی در تصمیم)	مقاوم‌تر (تغییر تدریجی در تصمیم)
5	انعطاف‌پذیری در شرایط عدم قطعیت	کم	زیاد
6	نزدیکی به واقعیت	کمتر	بیشتر

نتیجه‌گیری

1. بررسی انجام‌شده نشان می‌دهد که ریاضیات فازی به‌عنوان گسترش نوین در منطق و نظریهٔ مجموعه‌ها، پاسخی علمی به محدودیت‌های منطق دودویی کلاسیک در مواجهه با ابهام و عدم‌قطعیت ارائه می‌کند.

2. تحلیل مقایسه‌ای نشان داد که مدل‌های کلاسیک، در مسائل اقتصادی با ماهیت کیفی و زبانی دچار محدودیت می‌شوند؛ در حالی‌که رویکرد فازی، مفاهیمی چون «ریسک نسبتاً بالا» و «سود قابل قبول» را به‌صورت دقیق‌تر مدل‌سازی می‌کند.

3. در مثال انتخاب پروژه سرمایه‌گذاری نیز مشاهده شد که مدل کلاسیک با مرزهای سخت برخی گزینه‌های نسبتاً مناسب را حذف می‌کند، اما روش فازی با ارزیابی تدریجی، تصمیمی واقع‌بینانه‌تر و پایدارتر ارائه می‌دهد.

4. در نهایت، ریاضیات فازی جایگزین کامل مدل‌های کلاسیک نیست، بلکه مکمل آن‌ها در شرایط عدم‌قطعیت است و می‌تواند دقت و انعطاف‌پذیری تصمیم‌گیری‌های اقتصادی را به‌طور معناداری افزایش دهد.

پیشنهادها

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل نظری و مثال کاربردی ارائه‌شده، پیشنهادات ذیل مطرح می‌گردد:

1. نهادهای اقتصادی، بانک‌ها و شرکت‌های سرمایه‌گذاری می‌توانند از مدل‌های فازی برای ارزیابی پروژه‌ها در شرایط ریسک و عدم‌قطعیت استفاده نمایند تا تصمیم‌گیری‌ها انعطاف‌پذیرتر و واقع‌بینانه‌تر گردد.

2. با توجه به اینکه بسیاری از تصمیم‌های اقتصادی مبتنی بر چندین معیار متعارض هستند، پیشنهاد می‌شود از روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیارهٔ فازی برای اولویت‌بندی گزینه‌ها استفاده شود که دقت و عدالت در انتخاب گزینه‌ها را افزایش می‌دهد.

3. با توجه به شرایط خاص اقتصاد افغانستان و محدودیت‌های آماری موجود، پیشنهاد می‌شود تحقیقات بیشتری در زمینهٔ کاربرد مدل‌های فازی در تحلیل اقتصاد ملی، اقتصاد زیرزمینی، مدیریت منابع و سیاست‌گذاری اقتصادی انجام شود.

4. گنجاندن مبحث ریاضیات فازی در نصاب درسی رشته‌های اقتصاد، مدیریت و علوم مالی می‌تواند توان تحلیلی دانشجویان را در مواجهه با مسائل واقعی افزایش دهد.

تشکر می کنم از توجه همه شما